

Analyse et Reconnaissance d'Images

James L. Crowley

M2R IVR

Premier Semestre 2007/2008

Séance 3

22 Octobre 2007

Déscription d'images par analyse de contraste

Plan de la Séance :

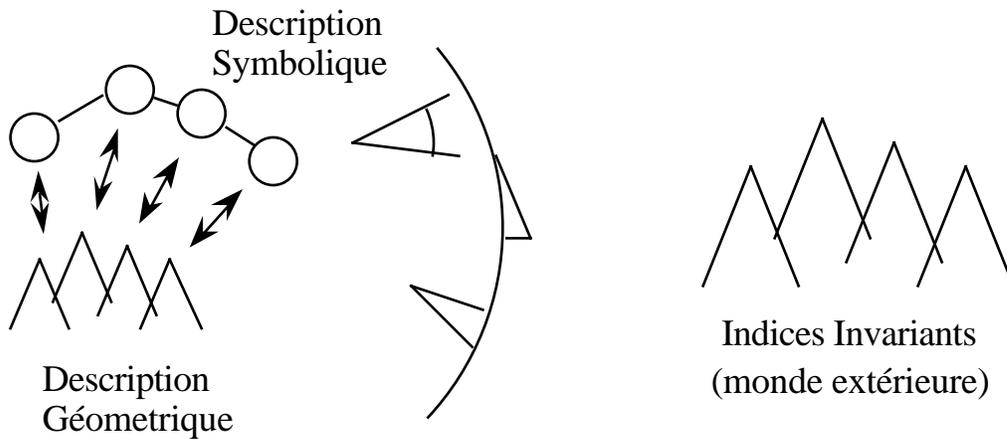
Description de Contraste.....	2
Le Détecteur de Contraste de Roberts.....	3
Le détecteur de Sobel.....	4
Généralisation : Les filtres de différence.....	5
Lissage : Les Filtres Binomiaux.....	6
La fonction de transfert des filtres binomiaux.....	7
Détection de contrastes par dérivées.....	8
Détection des Pics dans le module du Gradient.....	9
Transformée de Hough.....	10
Généralisation de Transformée de HOUGH.....	11
Les Champs Réceptifs Gaussiens.....	12
Filtres et dérivées.....	12
La fonction Gaussien.....	13
Les dérivées de la Gaussien.....	14
Les operateurs Differentielles.....	14
Les Filtres Numérique Gaussien.....	15
Les Dérivées de l'Image.....	17
L'Orientabilité des Gaussiens.....	17
L'espace d'échelles.....	18
Echelle Intrinsèque (ou caractéristique).....	19

Description de Contraste

Le Contraste est une variation en intensité dans une image.

Motivation

Pour une analyse robuste, nous cherchons une description de l'image stable et invariante quel que soit le point de vue ou l'illumination ambiante.



L'Intensité d'un image est déterminé par l'orientation de la surface.

$$R(i, e, g, \dots) \propto \cos(i)$$

Les variations de normale des surface sont traduites par les variations en intensité.

Une façon naturelle de mesurer les variations est au travers les dérivés.

Le processus de détection de contraste :

La détection de contraste s'organise en deux étapes :



Le Détecteur de Contraste de Roberts

2-D : Détecteur de Roberts (1962)

$$m_1(i, j) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad m_2(i, j) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

Corrélation : Pour $n = 1, 2$

$$E_n(i, j) = p * m_n = \sum_{k=0}^1 \sum_{L=0}^1 p(i-k, j-L) m_n(k, L)$$

Amplitude de contraste :

$$E(i, j) = \sqrt{E_1(i, j)^2 + E_2(i, j)^2}$$

Direction de contraste (phase) :

$$(i, j) = \text{Tan}^{-1}\left(\frac{E_2(i, j)}{E_1(i, j)}\right) + \bar{4}$$

Mais le détecteur de Roberts est très sensible au bruit de haute fréquence de source électronique et photo-optique.

Un tel bruit peut être réduit par un filtrage passe bas .

Pour garder la symétrie (fonction paire), réponse impulsionnelle considérée à $\pm \frac{1}{2}$

$$\begin{aligned} M_1(u, v) &= \sum_{m=-1/2}^{1/2} \sum_{n=-1/2}^{1/2} m_1(m, n) e^{-j(mu+nv)} \\ M_1(u, v) &= +1 e^{j(0.5u + 0.5v)} - 1 e^{-j(0.5u + 0.5v)} \\ M_1(u, v) &= 2j \sin(0.5u + 0.5v) \end{aligned}$$

Le détecteur de Sobel

(Duda - Hart 1972) :

Un détecteur de contraste très populaire.

$$m_0(i, j) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$m_{90}(i, j) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix}$$

Corrélation : Pour $n = 0, 90$

$$E_n(i, j) = p * m_n = \sum_{k=0}^1 \sum_{L=0}^1 p(i-k, j-L) m_n(k, L)$$

Comme avec de detecter de Roberts, l'amplitude et l'orientation sont calculés par le module et la direction :

Module du contraste :

$$E(i, j) = \sqrt{E_0(i, j)^2 + E_{90}(i, j)^2}$$

Direction de contraste (phase) :

$$\theta(i, j) = \text{Tan}^{-1}\left(\frac{E_{90}(i, j)}{E_0(i, j)}\right)$$

Ce filtre peut être vu comme une convolution de deux composantes :

$$m_0(i, j) = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(lissage) (dérivée)

$$m_{90}(i, j) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

(dérivée) (lissage)

Généralisation : Les filtres de différence

Pour une fonction, $s(t)$

$$\frac{ds(t)}{dt} = \lim_{t \rightarrow 0} \left\{ \frac{s(t+\Delta t) - s(t-\Delta t)}{\Delta t} \right\}$$

Pour un signal numérique, $s(n)$, la limite n'existe pas.
mais pour $\Delta n = 1$

$$\Delta n = 1 : \frac{s(n)}{\Delta n} = s(n+1) - s(n-1)$$

Ceci est équivalent à $s(n) * [1, 0, -1]$

$$i = \overline{i} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad j = \overline{j} = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$P(i, j) = \frac{p(i, j)}{i \cdot j} = \frac{m_0 * p(i, j)}{m_{90} * p(i, j)} = \frac{E_0(i, j)}{E_{90}(i, j)}$$

$$\text{Magnitude} = \| P(i, j) \| = E(i, j) = \sqrt{E_1(i, j)^2 + E_2(i, j)^2}$$

$$\text{Orientation} = (i, j) = \text{Tan}^{-1} \left(\frac{E_2(i, j)}{E_1(i, j)} \right)$$

$$\text{alternatif : si } \frac{ds(t)}{dt} = \lim_{t \rightarrow 0} \left\{ \frac{s(t) - s(t-\Delta t)}{\Delta t} \right\}$$

$$\text{alors for } \Delta n = 1 : \frac{s(n)}{\Delta n} = \frac{s(n) - s(n-1)}{1}$$

Ceci est équivalent à $s(n) * [1, -1]$

Lissage : Les Filtres Binomiaux

Le suite binomial est composé des coefficients du polynôme :

$$(x + y)^n = \sum_{m=-n/2}^{n/2} b_{m,n} x^{n-m} y^m$$

$$b_{m,n} = b_n(m) = [1, 1]^{*n} = \binom{n}{m} = \frac{n!}{(n-m)! m!}$$

Les coefficients du suite binomial sont générés par le triangle de Pascal :

n	sum = 2 ⁿ	μ = n/2	σ ² = n/4	σ = √(n/2)	Coefficients
0	1	0	0	0	1
1	2	0.5	0.25		1 1
2	4	1	0.5		1 2 1
3	8	1.5	0.75		1 3 3 1
4	16	2	1	1	1 4 6 4 1
5	32	2.5	1.25		1 5 10 10 5 1
6	64	3	1.5		1 6 15 20 15 1
7	128	3.5	1.75		1 7 21 35 35 21 7 1
8	256	4	2	√2	1 8 28 56 70 56 28 8 1

Ces coefficients forment des filtres numérique avec des propriétés remarquables. Ils sont les coefficients de la meilleure approximation du filtre Gaussien sujets aux contraintes de coefficients entier et durée finie.

Filtres binomiaux : $b_n(m) = [1, 1]^{*n} = n$ convolution de $[1, 1]$

Gain : $S = b_n = 2^n$

Position Centrale (1er Moment) $\mu_n = \frac{1}{S} \sum_{m=0}^n b_n(m) \cdot m = \frac{n}{2}$

Variance (2ieme Moment) :

$$\sigma_n^2 = \frac{1}{S} \sum_{m=0}^{n-1} b_n(m) (m - \mu_n)^2 = \frac{1}{2^n} \sum_{m=0}^{n-1} b_n(m) (m - \frac{n}{2})^2 = \frac{n}{4}$$

exemple:

$$\text{Var}\{[1, 1]\} = \frac{1}{2} \{ (1 - \frac{1}{2})^2 + 1 (\frac{1}{2})^2 \} = \frac{1}{2} (\frac{1}{4} + \frac{1}{4}) = \frac{1}{4}$$

La fonction de transfert des filtres binomiaux

Les filtres binomiaux sont des filtres Gaussiens "finis et discrets" de taille $n^2 = n/n$.

Fonction de Transfert : $B_n(\omega) = [2 \cos(\frac{\omega}{2})]^n$

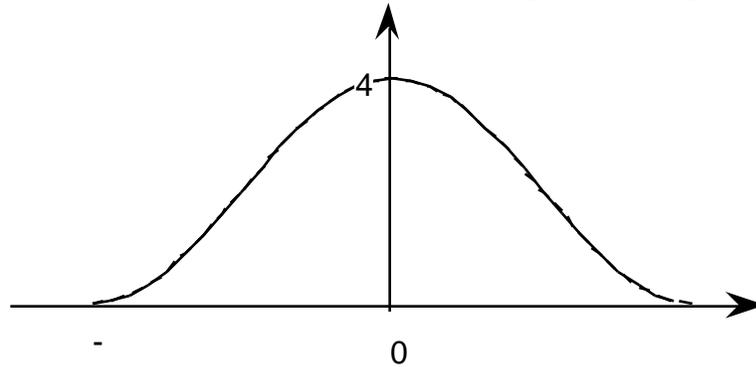
Pour n paire : $B_n(\omega) = [2 + 2 \cos(\omega)]^{n/2}$

La fonction de transfert des binomiaux peut être calculée facilement à la main

Exemple

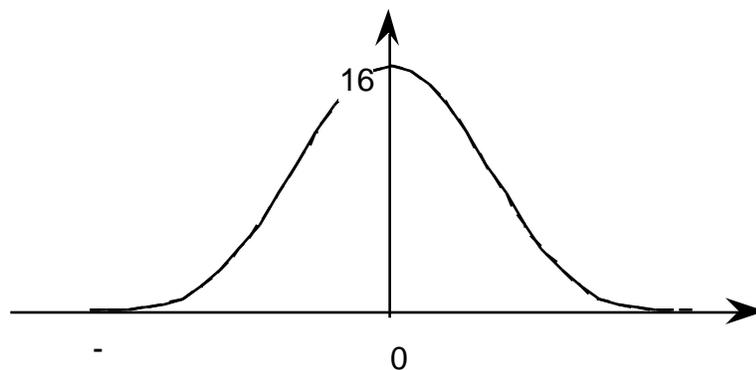
$b_2(m) = [1 \ 2 \ 1]$ (Deuxième filtre Binomial)

$$\begin{aligned} B_2(\omega) &= 1 e^{j\omega(-1)} + 2 e^{j\omega(0)} + 1 e^{j\omega(1)} \\ &= 2 + e^{j\omega} + e^{-j\omega} \\ B_2(\omega) &= 2 + 2 \cos(\omega) = [2\cos(\omega/2)]^2 \end{aligned}$$



$b_4(m) = [1 \ 1]^{*4} = [1 \ 4 \ 6 \ 4 \ 1]$

$$B_4(\omega) = 6 + 8 \cos(\omega) + 2 \cos(2\omega) = [2 + 2 \cos(\omega)]^2$$

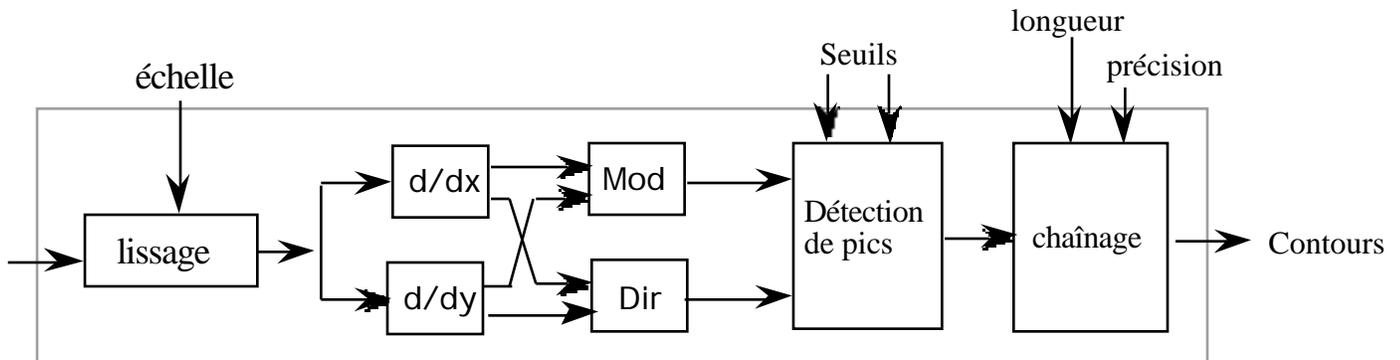


En 2D, les binomiaux sont séparables et symétrique circulaire.

$$\text{en 2-D } b_2(i, j) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Détection de contrastes par dérivées

Schéma du processus de description de contraste



$$P(i, j) = \frac{\frac{p(i,j)}{i}}{\frac{p(i,j)}{j}} = \frac{m_0 * p(i,j)}{m_{90} * p(i,j)} = \frac{E_0(i,j)}{E_{90}(i,j)}$$

$$\text{Module} = \| P(i, j) \| = E(i, j) = \sqrt{E_1(i, j)^2 + E_2(i, j)^2}$$

$$\text{Direction} = (i, j) = \text{Tan}^{-1}\left(\frac{E_2(i, j)}{E_1(i, j)}\right)$$

Étapes :

- 1) Lissage : suppression du bruit, conditionnement du signal
- 2) Calcul de gradient magnitude et orientation
- 3) Détection des maxima locaux avec seuillage par hystérésis.
- 4) Chaînage des points
- 5) Approximation polygonale : par aire, orientation, etc...

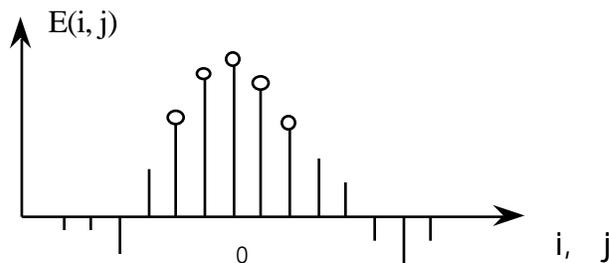
Détection des Pics dans le module du Gradient

Points de contraste : un extremum local en $E(i, j)$.

les points de contraste : $C(i, j)$
 pour le gradient de la magnitude $E(i, j)$ et orientation (i, j)

Sur chaque point :

- 1) Déterminer le vecteur de la direction du maximum du gradient
- 2) Déterminer si le pixel $E(i, j)$ est un extremum dans la direction du gradient



$$C(i, j) = \begin{cases} 1 & \text{si } F(i, j) > 0 \text{ et} \\ & E(i-1, j-1) < E(i, j) < E(i+1, j+1) \\ 0 & \text{Sinon.} \end{cases}$$

ensuite :

- Construire un graphe des "chaînes" des points de contraste
- Décrire les chaînes avec les segments et courbes.

Techniques:

- 1) Balayage des lignes et colonnes avec une extraction
- 2) Suivi des "crêtes" de contraste
- 3) La transformé de Hough

Transformée de Hough

(Duda et Hart, 1973)

Une technique "optimale" pour détecter les droites dans les images très bruitées.

Cette technique ne dépend pas de la continuité des droites.
Cependant, elle fournit des droites, pas des segments.

Une équation de droite s'exprime comme :

$$x \sin(\theta) - y \cos(\theta) + c = 0.$$

Pour chaque point (x, y) de l'image, il y a un ensemble de valeurs possibles pour les paramètres θ et c .

La transformée de Hough utilise un tableau $h(\theta, c)$ de "cellules" dans lequel on peut accumuler l'évidence pour les droites de contrastes.

Il faut discrétiser θ et c . Ceci dépend de la taille de l'image.

Par exemple :

Soit une image $N \times N$ pixels

Soit les valeurs entières d'angles $a = [0, 180]$

soit les valeurs de entier c de : $c = [-1.4N, 1.4N]$

soit l'image de contraste $E(x, y)$.

pour $x = 0, M$

pour $y = 0, M$

pour $a = 0$ to 180

$$c = -x \cos(a) + y \sin(a)$$

$$h(a, c) = h(a, c) + E(x, y).$$

Si des points de contrastes de l'image sont alignés, les droites correspondantes de l'espace de Hough passent toutes par un même point (a, c) .

Un "pic" en $h(a, c)$ indique les valeurs a et c d'une droite de contraste.

Généralisation de Transformée de HOUGH

Pour les cercles : une équation de cercle s'écrit :

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

On considère l'espace de Hough $h(a, b, r)$.

Chaque point (x, y) de l'image correspond à un cône de l'espace (a, b, r) .

Pour un rayon fixé, chaque point (x, y) correspond à un cercle de l'espace (a, b, r) .

Idée de l'algorithme :

Pour chaque rayon $r > 0$ on trace les cercles de l'espace de Hough correspondant aux points de l'image.

Lorsque tous les cercles se coupent en un même point, on a trouvé le bon rayon, les coordonnées (a, b) de ce point correspondent au centre du cercle.

Les Champs Réceptifs Gaussiens

Filtres et dérivées

La Transformé de Fourier d'une dérivée a une fonction est

$$\mathcal{F} \left\{ \frac{s(t)}{t} \right\} = -2j \mathcal{F} \{f(t)\}$$

et donc $\frac{s(t)}{t} = \mathcal{F}^{-1}\{-2j \mathcal{F}\{f(t)\}\} = \mathcal{F}^{-1}\{-2j\} * \mathcal{F}^{-1}\{f(t)\}$

Donc, une dérivée est un FILTRE avec une fonction de transfert $-2j$

$$\frac{f(t)}{t} = \frac{1}{t} * s(t) = \mathcal{F}^{-1}\{-2j\} * s(t)$$

Les filtres linéaires sont associatifs, distributifs et commutative.

$\mathcal{F}^{-1}\{-2j\}$ a une durée infinie. Mais on peut faire une approximation de durée finie par

$$d(n) = [-1, 0, 1]$$

En alternative, on peut calculer la fonction de la dérivée d'un noyau, $g(t)$. ensuite, on échantillon

$$f(t) = \frac{dg(t)}{dt}$$

$$\frac{ds(n)}{dt} = f(nT_e) * s(n)$$

On note que le convolution est une produit scalaire évalué à chaque échantillon

$$r(k) = s * f(i) = \langle s(i), f(k-i) \rangle = \sum_{i=-\infty}^{\infty} s(k-i) f(i) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} s(i) f(k-i)$$

Autrement dit, le produit scalaire est une projection d'un signal sur une fonction.

$$\langle s, f(k) \rangle = \sum_{i=-\infty}^{\infty} s(i) f(i+k)$$

L'idéal serait une fonction invariante au transformation projective. Mais ceci n'est pas possible. Mais on peut trouver une noyau invariante aux transformations affines
- La fonction Gaussien

La fonction Gaussien

La fonction Gaussien est $G(x, y) = e^{-\frac{1}{2} \frac{x^2+y^2}{\sigma^2}}$

La fonction Gaussienne est invariante à la transformation affine:

$$T_a\{G(x, y)\} = G(T_a\{x\}, T_a\{y\})$$

Rappel en séance 2 on a vu que $x_r = x_c \frac{F}{z_c}$.

Donc la "taille" d'un objet est en proportion de $s = \frac{F}{z_c}$.

La taille (ou échelle) est une paramètre de la transformation affine.

La fonction Gaussienne est invariante à la transformation d'échelle :

$$T_s\{G(x, y)\} = G(T_s\{x\}, T_s\{y\}) = G(sx, sy)$$

Si on divise z_c (distance entre la caméra et l'objet) par deux, on double la taille.

$$G(x, y) = G(2x, 2y)$$

En 2-D, la Gaussienne symétrique circulaire est $G(x, y) = e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$ avec $A = \frac{1}{2\sigma^2}$

La Gaussien est la fonction unique qui est symétrique circulaire et séparable.

On note que $G(x, y) = e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}} = e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} * e^{-\frac{y^2}{2\sigma^2}}$

Ceci nous offre beaucoup d'intérêt pour la vitesse de calcul.

Les dérivées de la Gaussien

$$G(x, y) = e^{-\frac{1}{2} \frac{x^2}{\sigma^2} - \frac{1}{2} \frac{y^2}{\sigma^2}}$$

$$G_x(x, y) = -\frac{x}{\sigma^2} G(x, y)$$

$$G_{xx}(x, y) = \left(\frac{x^2}{\sigma^4} - \frac{2}{\sigma^2} \right) G(x, y)$$

$$G_{xxx}(x, y) = -\frac{x^3 - x}{\sigma^6} G(x, y)$$

On note que le "gain" d'une noyau est son intégral.

$$A = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{1}{2} \frac{x^2}{\sigma^2} - \frac{1}{2} \frac{y^2}{\sigma^2}} dx dy = \sqrt{2\pi} \sigma^2$$

La propriété de l'invariance à l'échelle demande que $A = 1$.

Les operateurs Differentielles

Pour un signal en deux dimensions, les opérations différentielles sont le gradient et la Laplacien Δ :

Le gradient est un vecteur :

$$\nabla = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \end{pmatrix}$$

La Laplacien est une scalaire : $\Delta^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$

Pour une fonction $s(x,y)$:

La Gradient :

$$\nabla s(x,y) = \begin{pmatrix} \frac{\partial s(x,y)}{\partial x} \\ \frac{\partial s(x,y)}{\partial y} \end{pmatrix}$$

La Laplacien

$$\Delta^2 s(x,y) = \frac{\partial^2 s(x,y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 s(x,y)}{\partial y^2}$$

si $s(x,y)$ est filtré par $G(x,y; \cdot)$: $s * G(x,y; \cdot) = \int_{s=-\infty}^{\infty} \int_{t=-\infty}^{\infty} s(x,y) G(x-s, y-t) dx dy$

La Gradient : $(s * G(x,y; \cdot))_x = s * \frac{\partial G(x,y; \cdot)}{\partial x}$
 $(s * G(x,y; \cdot))_y = s * \frac{\partial G(x,y; \cdot)}{\partial y}$

La Laplacien $\nabla^2(s * G(x,y; \cdot)) = s * \nabla^2 G(x,y; \cdot) = s * \left(\frac{\partial^2 G(x,y; \cdot)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 G(x,y; \cdot)}{\partial y^2} \right)$

Les Filtres Numérique Gaussien

Parce que l'image est un signal échantillonné, il faut échantillonner $G(x, y, \cdot)$

On obtient les filtres numériques par un simple échantillonnage de la fonction Gaussienne sur un intervalle $[-R, R]$.

On remplace x par nT_e , ou T_e est un

$$G(n) = G(nT_e, \cdot) = e^{-\frac{1}{2} \frac{nT_e^2}{\sigma^2}}$$

T_e est la pas d'échantillonnage.

Par convention l'on considère $T_e = 1$.

Donc, la forme numérique est $G(n, \cdot) = e^{-\frac{1}{2} \frac{n^2}{\sigma^2}}$

$$A = \int_{n=-R}^R e^{-\frac{1}{2} \frac{n^2}{\sigma^2}} dx \sqrt{2\pi} \sigma$$

Il y a deux facteurs à maîtriser :

- a) La taille de la "support" $N = 2R+1$.
- b) la ratio σ/T_e

Pour a:

Pour $N = 7$, les "ondes" de $W_R(f)$ dominant le spectre.

Pour $N = 9$, les ondes, on peut d'effet.

Pour b:

Il vaut mieux que $\sigma/T_e \gg 1$

Les dérivées de la Gaussienne numérique sont :

$$G_x(n,) = -\frac{n}{2} G(n,)$$

$$G_{xx}(n,) = \frac{n^2 - 2}{4} G(n,)$$

$$G_{xxx}(n,) = -\frac{n^3 - n}{6} G(n,)$$

Pour la Gaussien en 2D. $G_x(i, j,)$

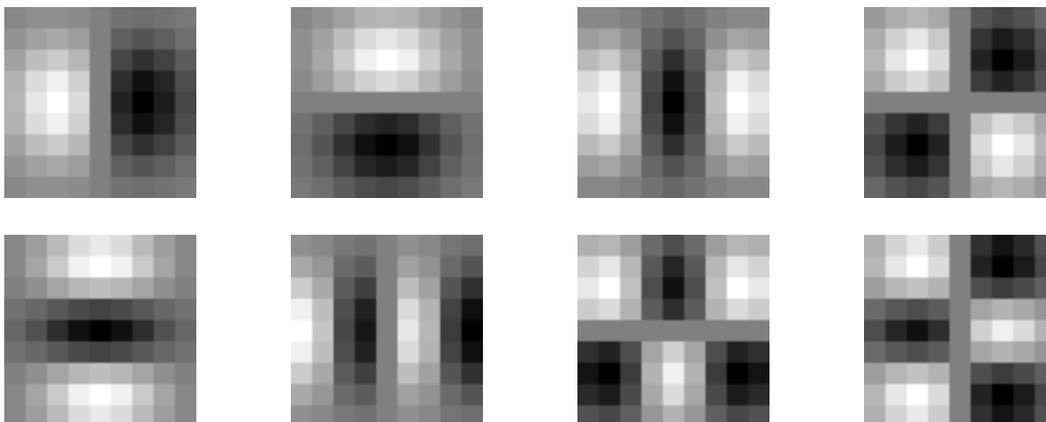
$$G_x(i, j,) = -\frac{i}{2} G(i, j,) = -\frac{i}{2} G(i,) * G(j,)$$

$$G_{xy}(i, j,) = \frac{i}{2} \frac{j}{2} G(i, j,) = -\frac{i}{2} G(i,) * -\frac{j}{2} G(j,)$$

Un vecteur de champs réceptifs forme une base de Taylor

$$G_a = (G_x, G_y, G_{xx}, G_{xy}, G_{yy}, G_{xxx}, G_{xxy}, G_{xyy}, G_{yyy})$$

Ceci donne la famille de champs réceptifs Gaussien



Les champs réceptifs Gaussien $G_x, G_y, G_{xx}, G_{xy}, G_{yy}, G_{xxx}, G_{xxy}, G_{xyy}, G_{yyy}$.

Note qu'il y a une paramètre . Ceci est la paramètre d'echelle. Ce détermine la limite de la résolution d'une description.

Les Dérivées de l'Image

Pour l'image $p(m, n)$, $\nabla p(m, n)$ est calculé par $\nabla p(m, n) = G(m, n) * p(m, n)$.

$$\text{ou } \nabla p(m, n) = \begin{pmatrix} G_x(m, n) \\ G_y(m, n) \end{pmatrix}$$

$$\text{Gradient: } \nabla p(x, y) = \begin{pmatrix} G_x(x, y) * p(x, y) \\ G_y(x, y) * p(x, y) \end{pmatrix}$$

(Le gradient est un vecteur).

$$\text{Laplacien: } \nabla^2 p(m, n) = G_{xx}(m, n) * p(m, n) + G_{yy}(m, n) * p(m, n)$$

(Le Laplacien est une scalaire.)

L'Orientabilité des Gaussiens

Pour chaque pixel, on peut calculer une orientation "intrinsic"

$$\theta(x, y) = \text{Atan2}\{\langle A(x, y), G_y \rangle, \langle A(x, y), G_x \rangle\}$$

Les réponses de filtres orientés peuvent être calculé par une somme de réponse des filtres de base, pondérée par les sinus et cosinus.

$$G_1^\theta = \cos(\theta) G_x + \sin(\theta) G_y$$

$$G_2^\theta = \cos(\theta)^2 G_{xx} + 2 \cos(\theta) \sin(\theta) G_{xy} + \sin(\theta)^2 G_{yy}$$

$$G_3^\theta = \cos(\theta)^3 G_{xxx} + 3 \cos(\theta)^2 \sin(\theta) G_{xxy} + 3 \cos(\theta) \sin(\theta)^2 G_{xyy} + \sin(\theta)^3 G_{yyy}$$

L'espace d'échelles

La fonction Gaussienne est invariante à la transformation d'échelle :

$$T_s\{G(x, y)\} = G(T_s\{x\}, T_s\{y\})$$

On a vu que la "taille" d'un objet est en proportion de $\frac{F}{z_c}$.

Si on multiplie par "s" la taille.

$$G(sx, sy) = G(x, y)$$

Mais, concrètement, quelle échelle faut-il utiliser ? tous !

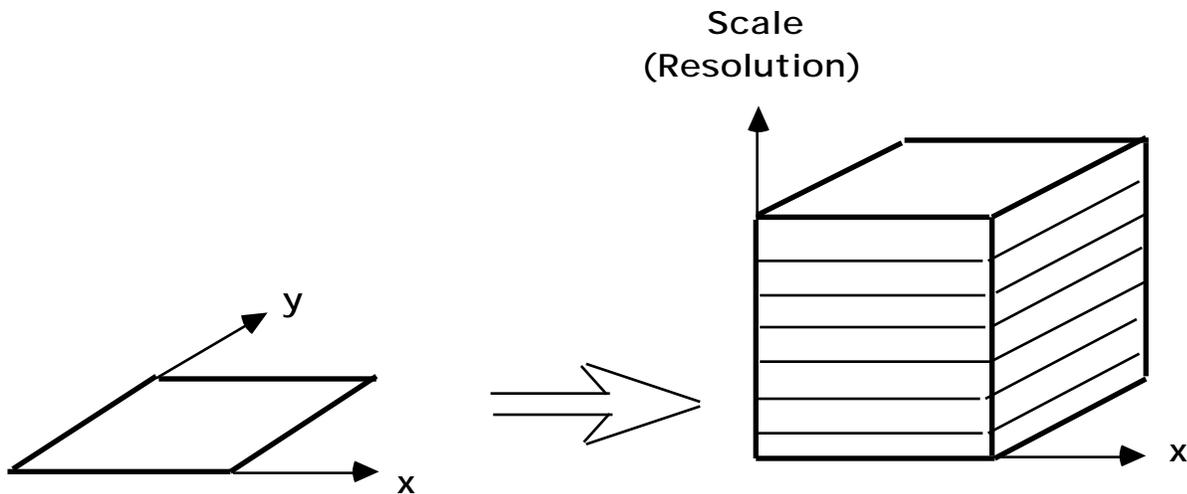
Un espace d'échelle, $P(x, y, \lambda)$ est défini par un noyau, $g(x, y; \lambda)$ avec le paramètre λ libre

$$P(x, y, \lambda) = g(x, y, \lambda) * p(x, y)$$

pour $X_{\min} \leq x \leq X_{\max}, Y_{\min} \leq y \leq Y_{\max}, \lambda_{\min} \leq \lambda \leq \lambda_{\max}$,

où λ est le paramètre d'échelle.

Pour une description invariante à l'échelle, il faut un axe logarithmique pour λ .



La description de l'image se trouve à toutes les échelles.

L'espace d'échelle facilite la recherche de correspondance grâce à la décomposition des formes à divers niveaux de résolution :

- Résolution basse : peu de formes, vue globale, détails grossiers
- Résolution haute : nombreux formes, vue locale, détails fins.

Propriétés de l'espace d'échelle :

- Invariance (Equivariance) aux changements de taille
- Le bruit de numérisation se trouve dans les hautes fréquences (donc petit σ).
- Les points de contraste dans les moyennes fréquences sont souvent les plus stables,

L'espace d'échelle est une idéal mathématique. Pour calculer il faut travailler sur les valeurs numériques. Ceci implique une échantillonnage en x , y , et σ .

Le Gaussian est une solution de la Equation de Diffusion.

Equation de Diffusion: $\nabla^2 G(x,y; \sigma) = -\frac{G(x,y; \sigma)}{\sigma^2}$

En conséquence, $\nabla^2 G(x,y; \sigma) = G(x,y; \sigma_1) - G(x,y; \sigma_2)$

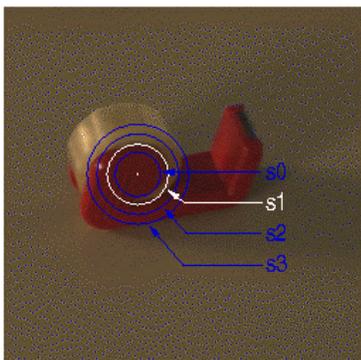
pour $\sigma_1 = \sqrt{2} \sigma_2$

Echelle Intrinsèque (ou caractéristique)

Considère la Laplacienne pour à la pixel x, y , en fonction de

$$\nabla^2 p(i,j) = \langle G_{xx}(i, j, \sigma), p(i, j) \rangle + \langle G_{yy}(i, j, \sigma), p(i, j) \rangle$$

A chaque point de l'image il y a quelques valeurs de σ pour laquelle la $\nabla^2 p(i,j)$ sont maximale.



zero crossing of Laplacian at s_i

