

Formation et Analyse d'Images

James L. Crowley

ENSIMAG 3

Premier Sémestre 2007/2008

Séance 5

26 octobre 2007

Détection et Description de Contraste

Plan de la Séance :

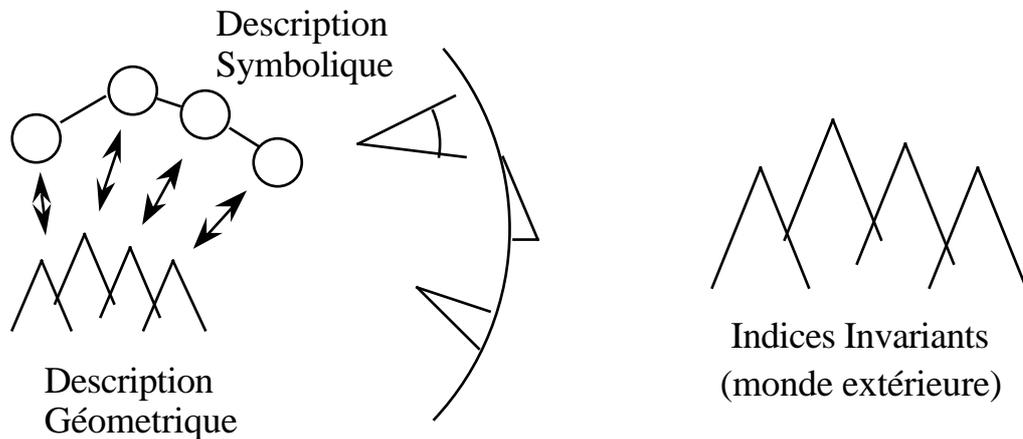
Description de Contraste.....	2
Le Détecteur de Contraste de Roberts.....	3
Le détecteur de Sobel.....	4
Lissage : Les Filtres Binomiaux.....	5
La fonction de transfert des filtres binomiaux.....	6
Les filtres de différence.....	7
Détection de contrastes par dérivées.....	8
Détection des Pics dans le module du Gradient.....	9
Transformée de Hough.....	10
Généralisation de Transformée de HOUGH.....	11
Les operateurs Differentielles.....	12
Les Deuxièmes dérivées.....	13
Passages à zéro dans la dérivée seconde.....	15

Description de Contraste

Le Contraste est une variation en intensité dans une image.

Motivation

Pour une analyse robuste, nous cherchons une description de l'image stable et invariante quel que soit le point de vue ou l'illumination ambiante.



L'Intensité d'un image est déterminé par l'orientation de la surface.

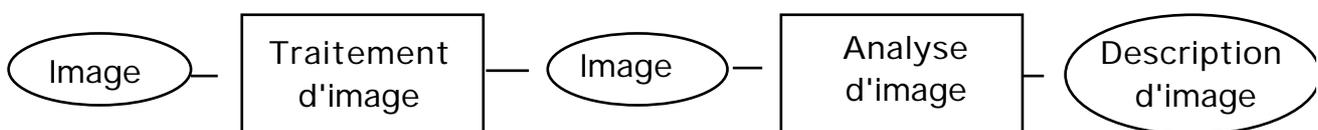
$$R(i, e, g, \theta) = \cos(i)$$

Les variations de normale des surface sont traduite par les variations en intensité.

Une façon naturelle de mesurer les variations est au travers les dérivés.

Le processus de détection de contraste :

La détection de contraste s'organise en deux étapes :



Le Détecteur de Contraste de Roberts

2-D : Détecteur de Roberts (1962)

$$m_1(i, j) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad m_2(i, j) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

Corrélation : Pour $n = 1, 2$

$$E_n(i, j) = p * m_n = \sum_{k=0}^1 \sum_{L=0}^1 p(i-k, j-L) m_n(k, L)$$

Module de contraste :

$$E(i, j) = \sqrt{E_1(i, j)^2 + E_2(i, j)^2}$$

Direction de contraste (phase) :

$$(i, j) = \text{Tan}^{-1}\left(\frac{E_2(i, j)}{E_1(i, j)}\right) + \frac{\pi}{4}$$

Mais le détecteur de Roberts est très sensible au bruit de haute fréquence de source électronique et photo-optique.

Un tel bruit peut être réduit par un filtrage passe bas .

Pour garder la symétrie (fonction paire), réponse impulsionnelle considérée à $\pm \frac{1}{2}$

$$\begin{aligned} M_1(u, v) &= \sum_{m=-1/2}^{1/2} \sum_{n=-1/2}^{1/2} m_1(m, n) e^{-j(mu+nv)} \\ M_1(u, v) &= +1 e^{j(0.5u + 0.5v)} - 1 e^{-j(0.5u + 0.5v)} \\ M_1(u, v) &= 2j \sin(0.5u + 0.5v) \end{aligned}$$

Le détecteur de Sobel

(Duda - Hart 1972) :

Un détecteur de contraste très populaire.

$$m_0(i, j) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$m_{90}(i, j) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix}$$

Corrélation : Pour $n = 1, 2$

$$E_n(i, j) = p * m_n = \sum_{k=0}^1 \sum_{L=0}^1 p(i-k, j-L) m_n(k, L)$$

Comme avec Robert, le module et l'orientation sont calculés par le module et la direction :

Module du contraste :

$$E(i, j) = \sqrt{E_0(i, j)^2 + E_{90}(i, j)^2}$$

Direction de contraste (phase) :

$$\theta(i, j) = \text{Tan}^{-1}\left(\frac{E_{90}(i, j)}{E_0(i, j)}\right)$$

Ce filtre peut être vu comme une convolution de deux composantes :

$$m_0(i, j) = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(lissage) (dérivée)

$$m_{90}(i, j) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

(dérivée) (lissage)

Lissage : Les Filtrés Binomiaux

Le suite binomial est composé des coefficients du polynôme :

$$(x + y)^n = \sum_{m=0}^n b_{m,n} x^{n-m} y^m$$

$$b_{m,n} = b_n(m) = [1, 1]^{*n} = \binom{n}{m} = \frac{n!}{(n-m)! m!}$$

Les coefficients du suite binomial sont générés par le triangle de Pascal :

	Level (n)	Sum	Variance ($\frac{2}{n}$)	Std.
1	0	1	0	0
1 1	1	2	1 / 4	1/2
1 2 1	2	4	1 / 2	2/2
1 3 3 1	3	8	3/4	3/2
1 4 6 4 1	4	16	1	1
1 5 10 10 5 1	5	32	5/4	5/2
1 6 15 20 15 6 1	6	64	6/4	6/2
1 7 21 35 35 21 7 1	7	128	7/4	7/2
1 8 29 56 70 56 29 8	8	256	2	2

Ces coefficients forment des filtres "discrète" avec des propriétés remarquables.

Ce sont les coefficients de la meilleure approximation du filtre Gaussien sujets aux contraintes d'être discrets et finis.

Filtrés binomiaux : $b_n(m) = b_1(m)^{*n} = [1, 1]^{*n} = n$ convolution de $[1, 1]$

Gain : $b_n = 2^n$

Variance : $\text{Var}\{b_n(m)\} = n * \text{Var}\{b_1(m)\} = \frac{n}{4}$

$$\text{Var}\{b_n(m)\} = \frac{1}{2^n} \sum_{m=0}^{n-1} b_n(m) (m - \frac{n}{2})^2$$

exemple:

$$\text{Var}\{[1, 1]\} = \frac{1}{2} \{ (1 (\frac{-1}{2})^2 + 1 (\frac{1}{2})^2) \} = \frac{1}{2} (\frac{1}{4} + \frac{1}{4}) = \frac{1}{4}$$

Les filtres binomiaux sont des filtres Gaussiens "finis et discrets" de taille $n^2 = n/4$.

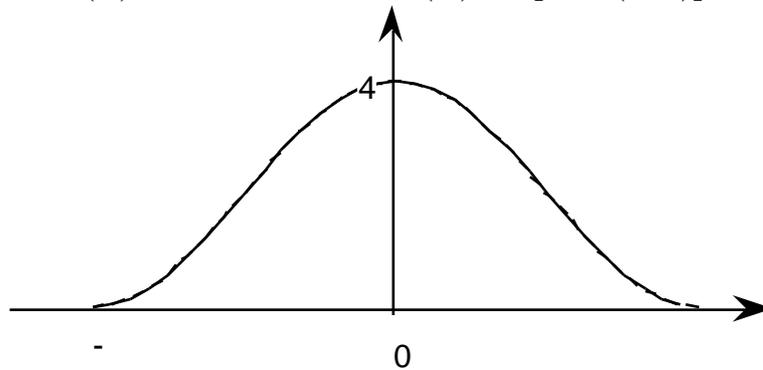
Fonction de Transfert : $B_n(\omega) = [2 \cos(\frac{\omega}{2})]^n$

Pour n paire : $B_n(\omega) = [2 + 2 \cos(\omega)]^{n/2}$

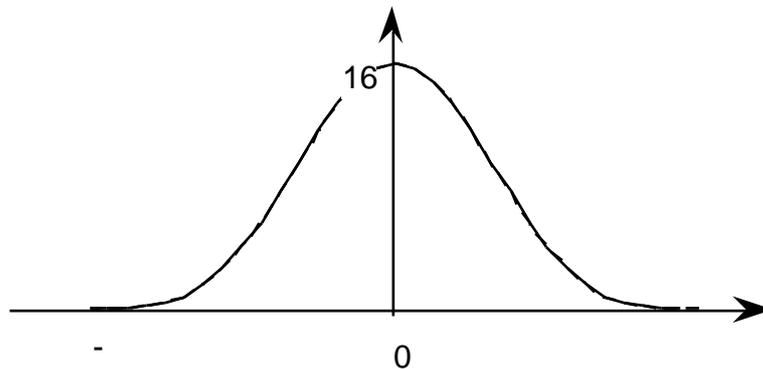
La fonction de transfert des filtres binomiaux

La fonction de transfert des binomiaux peut être calculée facilement à la main
Exemple

$$\begin{aligned}
 b_2(m) &= [1 \ 2 \ 1] \quad (\text{Deuxième filtre Binomial}) \\
 B_2(\omega) &= 1 e^{j\omega(-1)} + 2 e^{j\omega(0)} + 1 e^{j\omega(1)} \\
 &= 2 + e^{j\omega} + e^{-j\omega} \\
 B_2(\omega) &= 2 + 2 \cos(\omega) = [2\cos(\omega/2)]^2
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 b_4(m) &= [1 \ 1]^{*4} = [1 \ 4 \ 6 \ 4 \ 1] \\
 B_4(\omega) &= 6 + 8 \cos(\omega) + 2 \cos(2\omega) = [2 + 2 \cos(\omega)]^2
 \end{aligned}$$



En 2D, les binomiaux sont séparables et symétrique circulaire.

$$\text{en 2-D } b_2(i, j) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Les filtres de différence

Pour une fonction, $s(t)$

$$\frac{ds(t)}{dt} = \lim_{t \rightarrow 0} \left\{ \frac{s(t) - s(t-t)}{t} \right\}$$

Pour un signal numérique, $s(n)$, la limite n'existe pas.

$$n = 2 : \frac{s(n)}{n} = \frac{s(n) - s(n-2)}{2}$$

Ceci est équivalent à $s(n) * [\frac{1}{2}, 0, -\frac{1}{2}] = s(n) * (\frac{1}{2} \cdot [1, 0, -1])$

$$n = 1 : \frac{s(n)}{n} = \frac{s(n) - s(n-1)}{1}$$

Ceci est équivalent à $s(n) * [1, -1]$

L'alternatif au dérivées de Gaussienne est les filtres de différence.
Ils ont l'avantage de taille.

$$i = \overline{i} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad j = \overline{j} = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

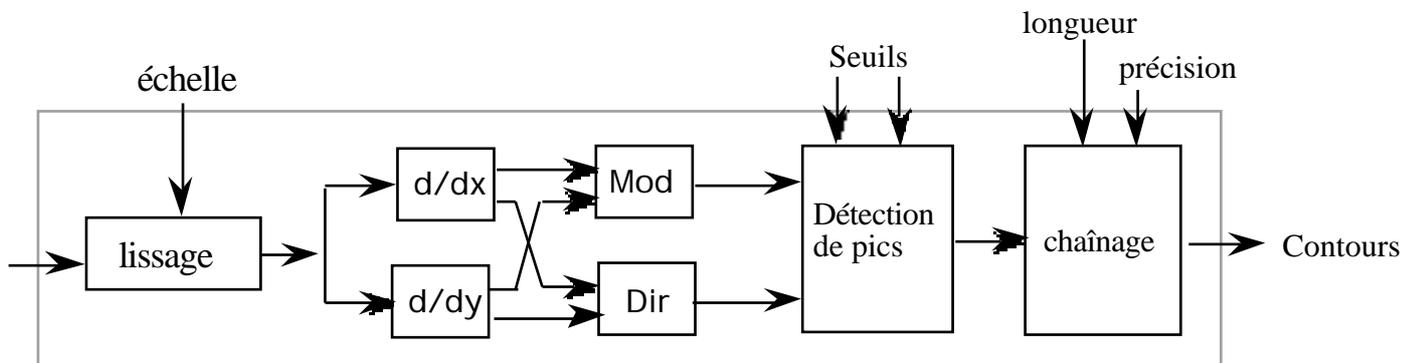
$$P(i, j) = \frac{\frac{p(i,j)}{i}}{\frac{p(i,j)}{j}} = \frac{m_0 * p(i,j)}{m_{90} * p(i,j)} = \frac{E_0(i,j)}{E_{90}(i,j)}$$

$$\text{Magnitude} = \| P(i, j) \| = E(i, j) = \sqrt{E_1(i, j)^2 + E_2(i, j)^2}$$

$$\text{Orientation} = (i, j) = \text{Tan}^{-1}\left(\frac{E_2(i, j)}{E_1(i, j)}\right)$$

Détection de contrastes par dérivées

Schéma du processus de description de contraste



$$P(i, j) = \frac{\frac{p(i,j)}{i}}{\frac{p(i,j)}{j}} = \frac{m_0 * p(i,j)}{m_{90} * p(i,j)} = \frac{E_0(i,j)}{E_{90}(i,j)}$$

$$\text{Module} = \| P(i, j) \| = E(i, j) = \sqrt{E_1(i, j)^2 + E_2(i, j)^2}$$

$$\text{Direction} = (i, j) = \text{Tan}^{-1}\left(\frac{E_2(i, j)}{E_1(i, j)}\right)$$

Étapes :

- 1) Lissage : suppression du bruit, conditionnement du signal
- 2) Calcul de gradient magnitude et orientation
- 3) Détection des maxima locaux avec seuillage par hystérésis.
- 4) Chaînage des points
- 5) Approximation polygonale : par aire, orientation, etc...

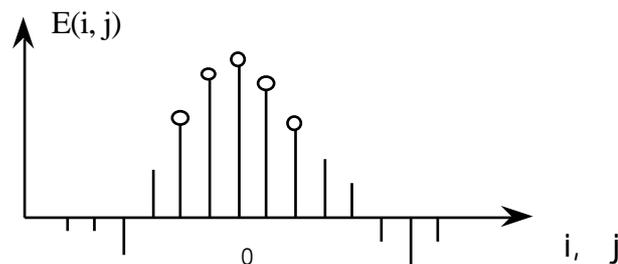
Détection des Pics dans le module du Gradient

Points de contraste : un extremum local en $E(i, j)$.

les points de contraste : $C(i, j)$
 pour le gradient de la magnitude $E(i, j)$ et orientation (i, j)

Sur chaque point :

- 1) Déterminer le vecteur de la direction du maximum du gradient
- 2) Déterminer si le pixel $E(i, j)$ est un extremum dans la direction du gradient



$$C(i, j) = \begin{cases} 1 & \text{F(i, j) > 0 et} \\ & \text{E(i- i, j- j) E(i, j) E(i+ i, j+ j)} \\ 0 & \text{Sinon.} \end{cases}$$

ensuite :

- Construire un graphe des "chaînes" des points de contraste
- Décrire les chaînes avec les segments et courbes.

Techniques:

- 1) Balayage des lignes et colonnes avec une extraction
- 2) Suivi des "crêtes" de contraste
- 3) La transformé de Hough

Transformée de Hough

(Duda et Hart, 1973)

Une technique "optimale" pour détecter les droites dans les images très bruitées.

Cette technique ne dépend pas de la continuité des droites.
Cependant, elle fournit des droites, pas des segments.

Une équation de droite s'exprime comme :

$$x \sin(\theta) - y \cos(\theta) + c = 0.$$

Pour chaque point (x, y) de l'image, il y a un ensemble de valeurs possibles pour les paramètres θ et c .

La transformée de Hough utilise un tableau $h(\theta, c)$ de "cellules" dans lequel on peut accumuler l'évidence pour les droites de contrastes.

Il faut discrétiser θ et c . Ceci dépend de la taille de l'image.

Par exemple :

Soit une image $N \times N$ pixels

Soit les valeurs entières d'angles $a = [0, 180]$

soit les valeurs entières de c de : $c = [-1.4N, 1.4N]$

soit l'image de contraste $E(x, y)$.

pour $x = 0, M$

pour $y = 0, M$

pour $a = 0$ to 180

$$c = -x \cos(a) + y \sin(a)$$

$$h(a, c) = h(a, c) + E(x, y).$$

Si des points de contrastes de l'image sont alignés, les droites correspondantes de l'espace de Hough passent toutes par un même point (a, c) .

Un "pic" en $h(a, c)$ indique les valeurs a et c d'une droite de contraste.

Généralisation de Transformée de HOUGH

Pour les cercles : une équation de cercle s'écrit :

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

On considère l'espace de Hough $h(a, b, r)$.

Chaque point (x, y) de l'image correspond à un cône de l'espace (a, b, r) .

Pour un rayon fixé, chaque point (x, y) correspond à un cercle de l'espace (a, b, r) .

Idée de l'algorithme :

Pour chaque rayon $r > 0$ on trace les cercles de l'espace de Hough correspondant aux points de l'image.

Lorsque tous les cercles se coupent en un même point, on a trouvé le bon rayon, les coordonnées (a, b) de ce point correspondent au centre du cercle.

Les operateurs Differentielles

Pour un signal en deux dimensions, les opérations différentielles sont le gradient et la Laplacien ∇^2 :

Le gradient est un vecteur :

$$\nabla = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \end{pmatrix}$$

La Laplacien est une scalaire :

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$$

Pour une fonction $s(x,y)$:

La Gradient :

$$\nabla s(x,y) = \begin{pmatrix} \frac{\partial s(x,y)}{\partial x} \\ \frac{\partial s(x,y)}{\partial y} \end{pmatrix}$$

La Laplacien

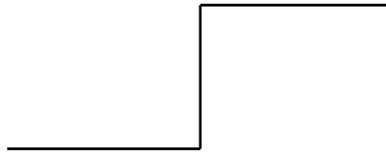
$$\nabla^2 s(x,y) = \frac{\partial^2 s(x,y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 s(x,y)}{\partial y^2}$$

Les Deuxièmes dérivées

Il y a deux méthodes de détection des points de contraste :

- 1) les extrêmes de la dérivée première,
- 2) les passages à zéro de la dérivée seconde.

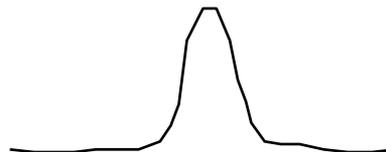
Contraste :



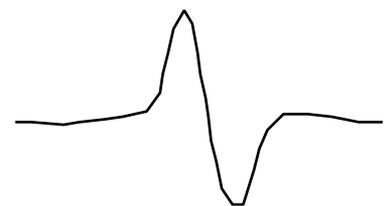
Lissage :



Dérivée 1^{ère}



Dérivée 2^{ème}



La deuxième différence peut être calculée par un filtre an-isotropique

$$\text{Laplacien: } \Delta^2 p(i,j) = \frac{\Delta^2 p(i,j)}{i^2} + \frac{\Delta^2 p(i,j)}{j^2}$$

$$i^2 = [1 \ -1] * [1 \ -1] = [-1 \ 2 \ -1]$$

$$i^2 = \boxed{-1 \ 2 \ -1} \qquad j^2 = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$\text{Laplacien: } \Delta^2 p(i,j) = i^2 * p(i,j) + j^2 * p(i,j)$$

Il existe aussi des approximations discrètes du Laplacien .

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$$

Donc $L(u,v) = 4 - 2\cos(u) - 2\cos(v)$

le meilleur est :

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 0 & 4 & 0 \\ -1 & 0 & -1 \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ -2 & 12 & -2 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix}$$

Question :

Pourquoi le gradient exige deux convolutions,
et le Laplacien peut être calculé avec une seule convolution?

$$\text{Gradient : } \quad \| \quad p(i, j) \| = \sqrt{\left(\frac{\partial p(i,j)}{\partial i}\right)^2 + \left(\frac{\partial p(i,j)}{\partial j}\right)^2}$$

$$\text{Laplacien : } \quad \Delta p(i,j) = \frac{\partial^2 p(i,j)}{\partial i^2} + \frac{\partial^2 p(i,j)}{\partial j^2}$$

Passages à zéro dans la dérivée seconde

Les extrêmes de dérivée première correspondent à des zéros de la dérivée seconde

Intérêt : En théorie :

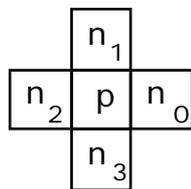
- 1) les passages à zéro donnent les contours fermés
- 2) Le passage à zéro peut être utilisé pour localiser les "points de contraste" avec une précision de moins d'un pixel (par interpolation).

En réalité :

Les passages à zéro détectent aussi beaucoup de petites régions non stables.

Test du passage à zéro:

Détection par 4 Voisins :



$$C(i, j) = \begin{cases} 1 & \text{si } (\text{signe}(n_0) \neq \text{signe}(n_2)) \text{ et } |n_0 - n_2| > 0 \\ & \text{ou } (\text{signe}(n_1) \neq \text{signe}(n_3)) \text{ et } |n_1 - n_3| > 0 \\ 0 & \text{Sinon} \end{cases}$$

Rend la détection plus stable :

$$C(i, j) = \begin{cases} 1 & \text{si } (\text{signe}(n_0) \neq \text{signe}(n_2)) \\ & \text{et } |n_0 - n_2| > 0 \\ & \text{et } |n_0 - n_2| > \text{seuil} \\ & \text{ou } (\text{signe}(n_1) \neq \text{signe}(n_3)) \\ & \text{et } |n_1 - n_3| > 0 \\ & \text{et } |n_1 - n_3| > \text{seuil} \\ 0 & \text{Sinon} \end{cases}$$

Inconvénient : les contours sont plus fermés.